



2021

UPSSSC PET

परीक्षा संभावित प्रश्न-संग्रह

पांच भागों में द्वितीय

प्रारंभिक अंकगणित

पाठ्यक्रम क्रमांक

7 14 15

(Elementary
Arithmetic)

- ☐ प्रारंभिक अंकगणित
- पूर्ण संख्या, भिन्न तथा दशमलव
- प्रतिशतता
- साधारण अंकगणितीय समीकरण
- वर्ग एवं वर्गमूल
- घातांक एवं घात
- औसत
- ☐ ग्राफ की व्याख्या एवं विश्लेषण
- ☐ तालिका की व्याख्या एवं विश्लेषण

विशेष

विगत परीक्षा प्रश्न-पत्रों के
विश्लेषणोपरान्त पाठ्यक्रमानुसार
तैयार संभाव्य प्रश्न-संग्रह

-: प्रकाशक :-

सम-सामयिक घटना चक्र

188A/128, एलनगंज, चर्चलेन, प्रयागराज (इलाहाबाद)-211002

दूरभाष : 2465524, 2465525, 9335140296

मूल्य :
50/-

संस्करण - 2021

मूल्य - 50/-

➤ संपादकीय कार्यालय :

ई-दृष्टि नवत्र

9/27A, चर्चलेन, प्रयागराज
(इलाहाबाद) - 211002

➤ फोन : 9696431507

➤ ई-मेल :

caedristi@gmail.com

➤ वेबसाइट :

www.edristi.in

➤ संपर्क समय :

प्रातः 12 से सायं 8 बजे तक
(सोमवार से शुक्रवार)

➤ © ई-दृष्टि नवत्र - किसी भी रूप में सामग्री की नकल प्रतिबंधित।

➤ सभी विवादों का निबटारा इलाहाबाद की सीमा में आने वाली सक्षम अदालतों और फोरम में किया जाएगा।

संकलन सहयोग-

➤ सुधाकर तिवारी

➤ सुधीर यादव

➤ विनोद त्रिपाठी

➤ आनन्द कुमार

➤ विजय कुमार

➤ विक्की राज

समारंभ

अधीनस्थ चयन आयोग (UPSSSC) आगामी 'प्रारंभिक अर्हता परीक्षण' (PET- Preliminary Eligibility Test) का पाठ्यक्रम कुल 15 भागों में विभाजित किया है। इसमें भाग 1 से 6 तक तथा भाग- 11 एवं 12 सामान्य ज्ञान से संबंधित हैं। इसी प्रकार अन्य भाग निम्नानुसार संबंधित हैं—

भाग— 7, 14 एवं 15 - प्रारंभिक अंकगणित

भाग— 8 एवं 13 सामान्य हिन्दी

भाग— 9 सामान्य अंग्रेजी

भाग— 10 तर्क एवं तर्कशक्ति

उपर्युक्त विभाजन के अनुरूप ही संपूर्ण पाठ्यक्रम को 5 भागों में विभाजित करके प्रस्तुत किया जा रहा है। इस प्रस्तुतीकरण में परीक्षा संभाव्य प्रश्नकोश समाहित है। सभी प्रश्न विगत वर्षों में पूछे गये प्रश्नों पर ही आधारित हैं।

■■■

अनुक्रमणिका

● पूर्ण संख्या, भिन्न एवं दशमलव	3-21
● प्रतिशतता	22-31
● साधारण अंकगणितीय समीकरण	32-45
● वर्ग एवं वर्गमूल तथा घन एवं घनमूल	46-54
● घातांक एवं घात	55-64
● औसत	65-74
○ ग्राफ की व्याख्या एवं विश्लेषण	75-85
○ तालिका की व्याख्या एवं विश्लेषण	86-96

पूर्ण संख्या, भिन्न एवं दशमलव

□ अंकों के मान

किसी भी संख्या में प्रयुक्त प्रत्येक अंक के कुल दो मान होते हैं—

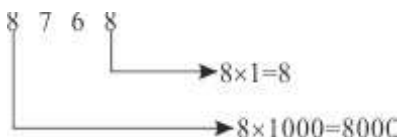
(i) वास्तविक मान एवं (ii) स्थानीय मान

(i) वास्तविक मान (Actual Value)—जो कभी नहीं बदलता है। किसी भी संख्या का वास्तविक मान हमेशा स्थिर होता है। इसे 'जातीय मान' या 'अंकित मान' अथवा शुद्ध मान भी कहा जाता है।

जैसे—संख्या 8768 में अंक '8' के दोनों स्थानों का वास्तविक मान 8 होगा।

(ii) स्थानीय मान (Place Value)—किसी अंक का वह मान जो उसके स्थान विशेष के कारण होता है, 'स्थानीय मान' कहलाता है।

जैसे—संख्या 8768 में एक आठ का स्थानीय मान 8000 तथा दूसरे आठ का स्थानीय मान 8 है।



इस प्रकार यह कहा जा सकता है कि संख्या में एक से अधिक बार आए अंक का वास्तविक मान समान होगा जबकि स्थानीय मान भिन्न-भिन्न होंगे।

संख्या के प्रकार—संख्याओं का विभिन्न संदर्भों में और अनेक प्रकारों से प्रयोग किया जाता है। संख्याओं के निम्नलिखित प्रकार हैं—

➔ परिमेय संख्याएं (Rational Number)— $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखी

जाने वाली संख्याएं 'परिमेय संख्याएं' कहलाती हैं जहां p तथा q पूर्णांक हों, q शून्य न हो ($q \neq 0$)।

जैसे— $\frac{0}{1} = 0, \frac{4}{1} = 4, \frac{4}{7}, \frac{9}{2}, \frac{-3}{8}, \frac{-1}{2}$ आदि।

सभी धन, ऋण, शून्य, सम, विषम, भाज्य, अभाज्य तथा क्रमागत आदि पूर्ण संख्याएं परिमेय संख्याएं होती हैं क्योंकि हर के स्थान पर 1

लिख देने से वे $\frac{p}{q}$ के रूप में परिवर्तित हो जाती हैं। एक परिमेय संख्या को अनंत रूपों में लिखा जा सकता है और अनंत रूपों में लिखी गई प्रत्येक परिमेय संख्या का मान समान होता है;

जैसे— $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \dots \dots \dots \infty$

परिमेय संख्या को सीमित दशमलव

(जैसे— $\frac{2}{4} = 0.5, \frac{1}{8} = 0.125$) तथा आवर्त दशमलव संख्या (जैसे—

$\frac{4}{3} = 1.3333\dots, \frac{1}{7} = 0.142857142857\dots$) के रूप में लिखा जा सकता है। दुहराव वाली दशमलव संख्या/संख्याएं 'आवर्तक संख्या' कहलाती हैं।

☞ **नोट**—दो परिमेय संख्याओं के बीच एक परिमेय संख्या ज्ञात करने के लिए दोनों संख्याओं का योग करके 2 से विभाजित करते हैं।

माना पहली परिमेय संख्या a तथा दूसरी परिमेय संख्या b है

तो इनके बीच तीसरी परिमेय संख्या = $\frac{a+b}{2}$ होगी।

(दो परिमेय संख्याओं के बीच अनंत परिमेय संख्याएं होती हैं)

जैसे $\frac{1}{2}$ तथा $\frac{1}{3}$ के बीच की अनंत परिमेय संख्याएं

$\frac{5}{12}, \frac{19}{48}, \frac{9}{24}, \dots \dots \dots$ इत्यादि हैं।

➔ **अपरिमेय संख्या (Irrational Number)**— जो संख्याएं $\frac{p}{q}$ के रूप में नहीं लिखी जा सकती हैं उन्हें 'अपरिमेय संख्या' कहते हैं, जहां p, q धन पूर्णांक हों तथा q शून्य न हो ($q \neq 0$)। जैसे— $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{8}, \pi$ इत्यादि। अपरिमेय संख्या को न तो सीमित दशमलव और न आवर्त दशमलव संख्या के रूप में लिखा जा सकता है। किसी भी धन पूर्णांक संख्या (जो पूर्ण वर्ग न हो) का वर्गमूल अपरिमेय संख्या होगी क्योंकि उसमें न तो सीमित दशमलव और न आवर्त दशमलव होते हैं।

☞ **नोट** :— $\pi = 3.14159\dots$ एक अपरिमेय संख्या है जो वृत्त की परिधि तथा व्यास का अनुपात है। उसे $\frac{p}{q}$ के रूप में नहीं लिखा जा सकता है किंतु गणना की सुविधा के लिए इसका मान $\frac{22}{7}$ प्रयोग में लेते हैं जो π का सटीक मान नहीं है। इसलिए $\frac{22}{7}$ एक परिमेय संख्या है किंतु π एक अपरिमेय संख्या है।

➔ **वास्तविक संख्याएं (Real Numbers)**—सभी परिमेय तथा अपरिमेय संख्याएं वास्तविक संख्याएं कहलाती हैं। जैसे— 3, 0, 7, $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{9}, \pi, \sqrt{3}, -1, \sqrt{7}$ आदि 'वास्तविक संख्याएं' हैं।

➡ **प्राकृतिक संख्याएं (Natural Numbers)**— गणना संख्याएं जो एक से शुरू होकर अनंत तक होती हैं, 'प्राकृतिक संख्याएं' कहलाती हैं। इन्हें सूक्ष्माक्षर में N से प्रदर्शित करते हैं।

$$\text{यथा— } N = 1, 2, 3, \dots, \infty$$

➡ **पूर्ण संख्याएं (Whole Numbers)**— प्राकृतिक संख्याओं के समूह में शून्य को शामिल करने के बाद संख्याओं का जो समूह बनता है, उसे 'पूर्ण संख्याओं का समूह' कहते हैं। पूर्ण संख्याओं के समूह को W से प्रदर्शित किया जाता है।

$$\text{यथा— } W = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, \infty$$

➡ **पूर्णांक संख्याएं (Integers Numbers)**— ऋण पूर्णांक $(-1, -2, -3, \dots, \infty)$, शून्य (0) और धन पूर्णांक $(1, 2, 3, \dots, \infty)$ के समूह को एक साथ 'पूर्णांक संख्याएं' कहा जाता है। इन्हें I से प्रदर्शित किया जाता है।

$$\text{यथा— } I = (\infty, \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, \infty)$$

➡ **धन पूर्णांक संख्याएं (Positive Integers Numbers)**— प्राकृतिक संख्याओं $(1, 2, 3, \dots, \infty)$ को 'धन पूर्णांक' भी कहा जाता है। इन्हें Z^+ या I^+ से प्रदर्शित करते हैं।

$$\text{यथा— } Z^+ = 1, 2, 3, \dots, \infty$$

➡ **ऋण पूर्णांक संख्याएं (Negative Integers Numbers)**— ऋण विद्वयुक्त प्राकृतिक संख्याओं $(-1, -2, -3, \dots, \infty)$ को 'ऋण पूर्णांक' कहा जाता है। इन्हें Z^- या I^- से प्रदर्शित करते हैं।

$$\text{यथा— } Z^- = -1, -2, -3, \dots, -\infty$$

☞ **नोट :—** ऋण पूर्णांक में सबसे छोटी संख्या $-\infty$ है जो प्राप्त नहीं की जा सकती है तथा सबसे बड़ी संख्या -1 है।

➡ **शून्य (Zero)**— इसका संकेत 0 है तथा यह सबसे छोटा अंक है। किसी संख्या में शून्य जोड़ने तथा घटाने पर संख्या के मान पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता है। परंतु गुणा करने पर गुणनफल हमेशा शून्य आता है। शून्य को किसी संख्या के बाएं लिखने पर संख्या के मान पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता है लेकिन दाहिने लिखने पर संख्या का मान दस गुना बढ़ जाता है।

☞ **नोट :—** शून्य का शून्य से गुणनफल तथा भागफल अपरिभाषित है।

$$0 \times 0 = \text{अपरिभाषित}$$

$$0 \div 0 = \text{अपरिभाषित}$$

➡ **सम संख्याएं (Even Numbers)**— वे संख्याएं जो 2 से पूर्णतः विभाजित हो जाती हैं, 'सम संख्याएं' कहलाती हैं। यह दो प्रकार की होती हैं—

(i) **धन सम संख्याएं (Positive Even Numbers)**— $2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots, \infty$

(ii) **ऋण सम संख्याएं (Negative Even Numbers)**— $-2, -4, -6, \dots, -\infty$

सम संख्याओं को E_n से प्रदर्शित किया जाता है। सम संख्याएं पूर्ववर्ती से 2 अधिक तथा परवर्ती से 2 कम होती हैं।

जैसे— $2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots$ में 10 अपने परवर्ती 12 से दो कम तथा अपने पूर्ववर्ती 8 से दो अधिक है।

☞ **नोट :—** प्रत्येक पूर्णांक अपने पूर्ववर्ती पूर्णांक से 1 अधिक तथा परवर्ती से 1 कम होता है। किसी पूर्णांक में 1 जोड़ देने पर ठीक अगला तथा 1 घटा देने पर ठीक पूर्व वाला पूर्णांक प्राप्त होता है। क्रमागत पूर्णांकों में 1 का अंतर होता है।

➡ **विषम संख्याएं (Odd Numbers)**— वे संख्याएं जो 2 से पूर्णतः विभाजित नहीं होती हैं, 'विषम संख्याएं' कहलाती हैं। यह भी दो प्रकार की होती हैं—

(i) **धन विषम संख्याएं (Positive Odd Numbers)**— $1, 3, 5, \dots, \infty$

(ii) **ऋण विषम संख्याएं (Negative Odd Numbers)**— $-1, -3, -5, \dots, -\infty$

विषम संख्याओं को O_n से प्रदर्शित किया जाता है। इनके भी बीच अपने पूर्ववर्ती तथा परवर्ती से दो-दो का अंतर होता है।

➡ **भाज्य संख्याएं (Composite Numbers)**— वे धन संख्याएं जो 1 तथा स्वयं के अलावा भी किसी अन्य संख्या से पूर्णतः विभाजित हो जाएं उन्हें 'भाज्य संख्याएं' कहते हैं। इन्हें 'संयुक्त संख्याएं' भी कहते हैं। जैसे— $6, 8, 9, 10, 12$ ये सभी भाज्य संख्याएं हैं क्योंकि ये स्वयं तथा 1 के अतिरिक्त अन्य संख्याओं से भी पूर्णतः विभाजित होती हैं। भाज्य संख्याओं के लिए आवश्यक यह है कि वे कम से कम तीन संख्याओं से अवश्य विभाजित हों। इन्हें 'यौगिक संख्याएं' भी कहते हैं।

नोट : भाज्य संख्या के लिए कम से कम तीन संख्या से विभाजित होना आवश्यक है।

➡ **अभाज्य संख्याएं (Prime Numbers)**— वे धन संख्याएं जो स्वयं तथा 1 के अलावा किसी अन्य संख्या से पूर्णतः विभाजित न हों, 'अभाज्य संख्याएं' कहलाती हैं। जैसे— $2, 3, 5, 7, 11, \dots$ आदि। अभाज्य संख्याओं के लिए यह आवश्यक है कि वे केवल दो संख्याओं से विभाजित हों। 2 एक ऐसी अभाज्य संख्या है जो सम है। यह सबसे छोटी अभाज्य संख्या भी है। संख्या 1 केवल स्वयं से विभाजित होती है। अतः यह न तो भाज्य संख्या है और न ही अभाज्य संख्या है।

☞ **सह अभाज्य संख्याएं (Co-Prime Numbers)**— संख्याओं के ऐसे जोड़े जिनमें 1 के अतिरिक्त कोई अन्य गुणनफल उभयनिष्ठ न हो, तो ऐसे जोड़े की दो संख्याएं परस्पर अभाज्य संख्याएं अथवा सह-अभाज्य संख्याएं कहलाएंगी। जैसे— $(7, 3)$ में 1 के अतिरिक्त अन्य कोई उभयनिष्ठ गुणनखंड नहीं है। अतः 3 और 7 परस्पर अभाज्य या सह-

अभाज्य संख्याएं हैं। कुछ और सह-अभाज्य संख्याएं (4,7), (16,25) (15,17), (27, 32) इत्यादि हैं। दूसरे शब्दों में सह-अभाज्य संख्याएं, संख्याओं का वह समूह है जिसका म.स.प. 1 होता है। सह अभाज्य संख्याएं होने के लिए कम से कम दो संख्याएं होना अति आवश्यक है। समूह की संख्याएं भाज्य अथवा अभाज्य दोनों ही तरह की हो सकती हैं।

☞ शून्य संख्या के कुछ सामान्य नियम—

सिद्धांत	नियम	उदाहरण
जोड़	$x + 0 = x$	$3 + 0 = 3$
घटाना	$x - 0 = x$	$3 - 0 = 3$
गुणा	$x \times 0 = 0$	$3 \times 0 = 0$
भाग	$\frac{0}{x} = 0$ (जब $x \neq 0$)	$\frac{0}{3} = 0$
*	$\frac{x}{0}$ = अपरिभाषित	$\frac{3}{0}$ = अपरिभाषित
घातांक**	$0^x = 0$ $x^0 = 1$	$0^3 = 0$ $3^0 = 1$
वर्गमूल	$\sqrt{0} = 0$	
Sine	$\sin 0^\circ = 0$	
Cosine	$\cos 0^\circ = 1$	
Tangent	$\tan 0^\circ = 0$	

☐ संख्याओं की विभाज्यता की जांच :

- ➔ क्या संख्या 40 संख्या 2 से विभाज्य है? क्या यह 5 से विभाज्य है? क्या यह 6 से विभाज्य है?
- ➔ संख्या 40 को वास्तविक रूप में इन संख्याओं से भाग देने पर हम प्राप्त करते हैं कि यह 2 और 5 से विभाज्य है परंतु 6 से विभाज्य नहीं है।
- ➔ हम ऐसा प्रतिरूप (पैटर्न) ज्ञात कर सकते हैं जिससे बता सकें कि कोई संख्या 2,3,4,5,6,7,8,9,10 या 11 से विभाज्य है या नहीं।

☞ 2 से विभाज्यता:

वे सभी संख्याएं दो से विभाजित होंगी जिसकी इकाई का अंक 0 या सम संख्या होगी।

जैसे- 510, 98, 9784, 786 आदि।

☞ 3 से विभाज्यता :

वे सभी संख्याएं तीन से विभाजित होंगी जिनके अंकों का योग 3 से विभाजित होता है।

जैसे- 1431, 525, 729 आदि।

संख्या 1431 के अंकों का योग = $1 + 4 + 3 + 1$

$$= 9$$

9, संख्या 3 से विभाज्य है, अतः 1431, 3 से विभाज्य होगी।

☞ 4 से विभाज्यता :

वे सभी संख्याएं 4 से विभाजित होंगी जिनका अंतिम दो अंक (इकाई व दहाई) चार से विभाजित हो या दोनों अंक शून्य हों।

जैसे- 2724, 1936, 600, 340, आदि

2724 में अंतिम दो अंक = 24 जो 4 से विभाज्य है।

अतः संख्या 2724, 4 से विभाज्य होगी।

☞ 5 से विभाज्यता:

वे सभी संख्याएं 5 से विभाजित होंगी जिनके इकाई का अंक 0 या 5 हो।

जैसे- 775, 910, 1890 आदि

☞ 6 से विभाज्यता:

वे सभी संख्याएं 6 से विभाजित होंगी जो 2 और 3 दोनों से एक साथ विभाजित होती हों।

जैसे 96, 252, 2040, आदि

☞ 7 से विभाज्यता:

वे सभी संख्याएं 7 से विभाजित होंगी जो 6 अंकों की पुनरावृत्ति से बनी हों।

जैसे- 555555, 191919191919

नोट : (i) यदि संख्या 6 की गुणज अर्थात् 6 बार, 12 बार, हो, तो भी वह संख्या 7 से विभाज्य है।

(ii) यदि दो अंकों की संख्या की पुनरावृत्ति तीन बार हो, तो वह संख्या 7 के अलावा 13 और 37 से भी विभाज्य होगी।

☞ 8 से विभाज्यता:

वे सभी संख्याएं 8 से विभाजित होंगी जिनके अंतिम तीनों अंक शून्य हों।

जैसे- 93000, 7000, 135000

या

तीन अंक या उससे अधिक अंकों की संख्या, 8 से विभक्त तब होगी जब उसके सैकड़े, दहाई तथा इकाई से बनी संख्या 8 से पूर्णतया विभक्त हो।

जैसे- 16397128 के अंतिम तीन अंक 128 है जो 8 से पूर्णतया विभक्त है। अतः संख्या 16397128 भी 8 से पूर्णतया विभक्त होगी।

☞ 9 से विभाज्यता:

वे सभी संख्याएं 9 से विभाजित होंगी जिनके अंकों का योग 9 से विभाजित हो।

जैसे- 468, 8883, 68454, आदि।

संख्या 8883 का योग = $8 + 8 + 8 + 3 = 27$

27, 9 से विभाज्य है, इसलिए 8883 संख्या 9 से विभाजित होगी।

☞ 10 से विभाज्यता:

वे संख्याएं 10 से विभाजित होंगी जिनमें इकाई का अंक शून्य (0) हो।

जैसे- 1860, 1970, आदि।

☞ 11 से विभाज्यता:

(i) वे सभी संख्याएं 11 से विभाजित होंगी जिनके एक ही अंक की पुनरावृत्ति सम बार हो।

जैसे- 33, 7777, आदि।

(ii) ऐसी संख्या जिसके दाहिने तरफ से सम एवं विषम स्थानों पर स्थित अंकों के योग का अंतर शून्य हो या अंतर 11 से विभाजित हो, तो वह संख्या भी 11 से विभाजित होगी।

जैसे- 932789, 1551,

संख्या 932789 के विषम स्थानों का योग = $9 + 7 + 3 = 19$

संख्या 932789 के सम स्थानों का योग = $8 + 2 + 9 = 19$

दोनों का अंतर = $19 - 19 = 0$

अतः संख्या 932789, संख्या 11 से विभाज्य है।

□ इकाई का अंक ज्ञात करना

नोट : किसी भी दी गई संख्या में इकाई का अंक 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 एवं 9 ही होगा।

☞ यदि दी गई संख्या के इकाई का अंक 0, 1, 5, 6 हो तो उसकी कितनी भी घात हो इकाई का अंक हमेशा वही संख्या होगी।

कैसे?

☞ संख्या 0 का जितनी बार गुणा होगा इकाई के रूप में सदैव 0 ही प्राप्त होगा-

देखें- $0 \times 0 \times 0 \times \dots \times n$ बार = 0

या $490 \times 490 \times \dots \times n$ बार = इकाई अंक 0 ही होगा।

☞ संख्या 1 का जितनी बार गुणा होगा इकाई के रूप में सदैव संख्या 1 ही प्राप्त होगी-

देखें- $1 \times 1 \times 1 \times \dots \times n$ बार = $1^n = 1$

या $391 \times 391 \times \dots \times n$ बार = इकाई का अंक = 1

या $21 \times 21 \times 21 = 441 \times 21$

= 9261 (इकाई का अंक = 1)

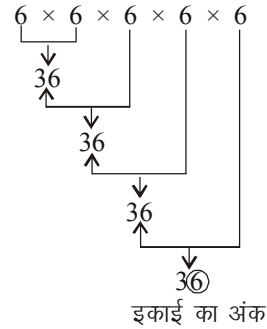
☞ संख्या 5 का जितनी बार भी गुणा होगा इकाई के रूप में संख्या 5 ही प्राप्त होगी-

देखें- $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 25 \times 25 = 625$ (इकाई का अंक 5) $5 \times$

$5 \times \dots \times n$ बार = $5^n =$ इकाई का अंक 5)

☞ संख्या 6 का जितनी बार गुणा होगा इकाई के रूप में सदैव संख्या 6 ही प्राप्त होगी-

देखें-



अब शेष संख्याओं 2, 3, 4 एवं 7, 8, 9 के लिए नियम-

1. घात संख्या में 4 से भाग दें

2. शेषफल ज्ञात करें

3. आधार संख्या की इकाई के अंक पर शेषफल का घात लगाकर उत्तर ज्ञात करें।

ध्यान दें- शेषफल '0' रहने पर आधार संख्या की इकाई के अंक पर घात 4 लगाएं और गणना करके उत्तर ज्ञात करें।

जैसे- $(523)^{252}$

सर्वप्रथम घात संख्या में 4 से भाग दें

$$\therefore \frac{252}{4} = \text{भागफल } 63 \text{ तथा शेषफल } 0$$

अब दी गई संख्या के इकाई के अंक पर घात के रूप में शेषफल संख्या लिखकर हल किया जाता है चूंकि यहां शेषफल शून्य है इसलिए ऐसी स्थिति में मूल सं. के इकाई के घात के रूप में 4 का प्रयोग होगा।

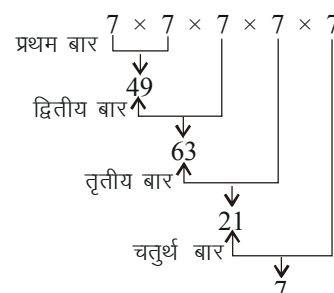
$$\therefore (3)^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

इसलिए इकाई का अंक 1 होगा।

ध्यान दें- 4 से ही भाग क्यों ?

घात संख्या में 4 से इसलिए भाग दिया जाता है कि किसी संख्या (0 से 9) में उसी संख्या का चार बार गुणा किया जाता है तो पुनः उसी संख्या के इकाई अंक की पुनरावृत्ति हो जाती है।

देखें- संख्या 7 में संख्या 7 का चार बार गुणा करने पर इकाई का अंक 7 ही प्राप्त होगा।



इस प्रकार इकाई का अंक 7 प्राप्त होता है।

अतः स्पष्ट है कि दी हुई संख्या के इकाई का अंक 0, 1, 5, 6 हो तो उसकी कितनी भी घात हो इकाई का अंक हमेशा वही संख्या होगी।

नोट- दी गई संख्या में इकाई का अंक विषम हो (1, 5 को छोड़कर) तथा दी गई घात चार से विभाजित हो तो इकाई का अंक 1 आएगा।

□ शून्य की संख्या ज्ञात करना

शून्य की संख्या 2 और 5 पर निर्भर करती है। यदि 2 और 5 का परस्पर गुणा किया जाए तो हमें एक शून्य प्राप्त होता है। किसी भी संख्या के गुणनफल में दायीं ओर शून्यों की संख्या ज्ञात करने के लिए हमें यह देखना होगा कि उसमें कितने 5 और कितने 2 शामिल हैं। शून्य की संख्या उसी संख्या के बराबर होगी, जिसकी संख्या (2 और 5 में से) कम होगी।

नोट : (i) अभाज्य संख्याओं के गुणनफल में शून्य की संख्या हमेशा '1' होती है। क्योंकि सबसे छोटी अभाज्य संख्या 2 होती है, जिसके कारण एक शून्य प्राप्त होता है।

(ii) विषम संख्याओं के गुणनफल में शून्य की संख्या शून्य होती है।

□ अभाज्य गुणनखंड पर आधारित प्रश्न

प्रश्न 1. 3465 के अभाज्य गुणनखंड की संख्या ज्ञात कीजिए?

$$\begin{array}{r|l} 3 & 3465 \\ \hline 3 & 1155 \\ 5 & 385 \\ 7 & 77 \\ 11 & 11 \\ \hline & 1 \end{array}$$

अभाज्य गुणनखंड = 3, 5, 7, 11

∴ 3465 में अभाज्य गुणनखंडों की संख्या = 4

प्रश्न 2. 1729 के अभाज्य गुणनखंड को बढ़ते क्रम में रखने पर दो क्रमागत अभाज्य गुणनखंडों में अंतर क्या होगा?

हल : $1729 \rightarrow 7 \times 13 \times 19$

1729 के अभाज्य गुणनखंड = 7, 13, 19

∴ अभीष्ट अंतर = $13 - 7 = 6$

$$= 19 - 13 = 6$$

प्रश्न 3. $(15)^{35}$ के कुल अभाज्य गुणनखंडों की संख्या ज्ञात कीजिए।

$$\text{हल : } (15)^{35} \times (3 \times 5)^{35} = 3^{35} \times 5^{35}$$

∴ कुल अभाज्य गुणनखंडों की संख्या = $35 + 35 = 70$

नोट : कुल अभाज्य गुणनखंड की संख्या = आधार के गुणनखंडों की संख्या $\times$ घात 15 के अभाज्य गुणनखंड = 3, 5
घात = 35

$$\begin{aligned} \therefore \text{कुल अभाज्य गुणनखंडों की संख्या} &= 2 \times 35 \\ &= 70 \end{aligned}$$

□ भाजकों की संख्या ज्ञात करना

प्रश्न 1. 500 के कितने विभाजक हैं ?

अथवा 500 को कितने संख्याओं से भाग दिया जा सकता है?

अथवा 500 के गुणनखंडों की संख्या ज्ञात कीजिए?

$$\text{हल : } 500 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 2^2 \times 5^3$$

$$\text{भाजकों की संख्या} = (2+1)(3+1) = 3 \times 4 = 12$$

$$\begin{aligned} \text{नोट : } a^x \times b^y \times c^z \times d^w \text{ में कुल भाजकों की संख्या} \\ = (x+1)(y+1)(z+1)(w+1) \end{aligned}$$

प्रश्न 2. 2100 के अभाज्य भाजकों की संख्या क्या होगी?

$$\text{हल : } 2100 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7^1$$

$$\therefore \text{अभाज्य भाजकों की संख्या} = 4(2, 3, 5, 7)$$

प्रश्न 3. 240 के अभाज्य भाजकों की संख्या ज्ञात कीजिए?

$$\text{हल : } 240 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^4 \times 3^1 \times 5^1$$

$$\text{अभाज्य भाजकों की संख्या} = 3(2, 3, 5)$$

प्रश्न 4. 240 के कुल गुणनखंडों की संख्या बताइए?

$$\text{हल : } 240 = 2^4 \times 3^1 \times 5^1$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{कुल गुणनखंडों की संख्या} &= (4+1)(1+1)(1+1) \\ &= 5 \times 2 \times 2 \\ &= 20 \end{aligned}$$

प्रश्न 5. 50 के सम भाजकों की संख्या क्या होगी?

$$\text{हल : } 50 \text{ के सम भाजक} = 2, 10, 50$$

$$\therefore 50 \text{ के सम भाजकों की संख्या} = 3$$

$$50 = 2 \times 5 \times 5 = 2^1 \times 5^2$$

$$\therefore \text{सम भाजकों की संख्या} = 1 \times (2+1) = 3$$

$$\text{नोट : (i) } a^x \times b^y \times c^z \text{ में कुल भाजकों की संख्या} = (x+1)(y+1)(z+1)$$

$$\text{(ii) } a^x \times b^y \times c^z \text{ में अभाज्य भाजकों की संख्या} = 3[a, b, c]$$

$$\text{(iii) } a^x \times b^y \times c^z \text{ में सम भाजकों की संख्या} = \text{समभाजक की घात} \times (y+1)(z+1)$$

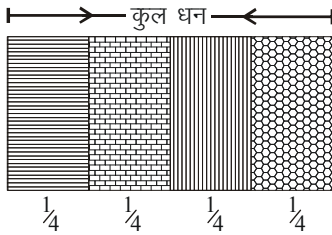
$$\text{(iv) यदि } a \text{ एक सम भाजक हो तो } a^x \times b^y \times c^z \text{ में सम भाजकों की संख्या} = x \times (y+1) \times (z+1)$$

प्रश्न 6. 1 और स्वयं को छोड़कर $2^7 \times 3^3 \times 5^5 \times 7^3$ के कितने गुणनखंड हो सकते हैं?

$$\begin{aligned} \text{हल : कुल गुणनखंडों की संख्या} \\ = (7+1)(3+1)(5+1)(3+1) = 8 \times 4 \times 6 \times 4 \\ = 768 \end{aligned}$$

भिन्न

साधारणतः किन्हीं दो राशियों के अनुपात को भिन्न कहा जाता है। जैसे $x : y$ को $\frac{x}{y}$ कहते हैं। भिन्न को एक और अर्थ में भी परिभाषित किया जा सकता है। यदि किसी राशि को कई बराबर-बराबर भागों में बांटकर उनमें से कुछ भाग ले लिए जाएं, तो उसे भी भिन्न के रूप में लिखा जाता है। जैसे हम अपने धन के कुल चार बराबर-बराबर हिस्सों को चार क्षेत्रों में खर्च करें तो हमारे प्रत्येक क्षेत्र का खर्च $\frac{1}{4}$ होगा जो एक भिन्न है।



$$\text{भिन्न} = \frac{1}{4}$$

[जहां अंश के रूप में 1 तथा हर के रूप में 4 है। अतः प्राप्त भिन्न $= \frac{1}{4}$]

□ गुण के आधार पर भिन्नों के प्रकार

1. उचित भिन्न (Proper Fraction)—जिस भिन्न का अंश उसके हर से कम होता है उसे उचित भिन्न कहते हैं। जैसे

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{7}{13} \dots \dots \text{इत्यादि।}$$

2. अनुचित भिन्न (Improper Fraction)—जब भिन्न का अंश हर से बड़ा या हर के बराबर हो, तो उसे अनुचित भिन्न कहते हैं। जैसे

$$\frac{8}{7}, \frac{13}{5}, \frac{15}{15} \dots \dots \text{इत्यादि।}$$

अनुचित भिन्न के अंश में हर का भाग देकर पूर्णांक और उचित भिन्न के रूप में लिखने पर मिश्र संख्या प्राप्त हो जाती है। जैसे $\frac{7}{3}$ को

$2\frac{1}{3}$ के रूप में लिखा जा सकता है जो एक मिश्र संख्या है जिसमें एक

पूर्णांक 2 तथा एक उचित भिन्न $\frac{1}{3}$ है।

3. व्युत्क्रम भिन्न (Reciprocal Fraction)— किसी भिन्न के अंश और हर को आपस में बदल देने पर जो दूसरी भिन्न प्राप्त होती

है उसे व्युत्क्रम भिन्न कहते हैं। जैसे $\frac{3}{7}$ की व्युत्क्रम भिन्न $\frac{7}{3}$ होगी।

यहां उल्लेखनीय बात यह है कि दो परस्पर व्युत्क्रम भिन्नों में एक उचित भिन्न और दूसरी अनुचित भिन्न होती है। किसी भी भिन्न और उसके व्युत्क्रम का गुणनफल हमेशा 1 के बराबर होता है।

4. संक्षिप्त भिन्न (Fraction in Lowest form)—जब किसी भिन्न के अंश और हर दोनों में 1 के अतिरिक्त कोई अन्य सामान्य गुणनखंड न हो, तो उसे संक्षिप्त भिन्न कहते हैं। जैसे $\frac{5}{7}, \frac{13}{19}, \frac{11}{17} \dots \dots$ इत्यादि। संक्षिप्त भिन्न के अंश और हर में दी गई संख्याएं अभाज्य होती हैं।

5. मिश्रित भिन्न (Mixed Fraction)—यदि किसी भिन्न का अंश या हर या दोनों भिन्न के रूप में हों, तो उसे मिश्रित भिन्न कहते हैं।

$$\text{जैसे } \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{7}{2} \dots \dots \text{इत्यादि।}$$

6. वितत भिन्न (Continued Fraction)—वितत भिन्न की कोई निश्चित परिभाषा नहीं दी जा सकती है क्योंकि इनके अंश और हर में कोई नियमन नहीं होता। इन भिन्नों के कुछ उदाहरण इस प्रकार हैं—

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}, 2 + \frac{3}{1 + \frac{4}{2 - \frac{1}{3}}} \dots \dots \text{इत्यादि।}$$

इन भिन्नों को हल करने के लिए नीचे से ऊपर की ओर के क्रम में हल किया जाता है।

□ भिन्नों के कुछ महत्वपूर्ण गुण

(i) यदि किसी भिन्न के अंश और हर दोनों में किसी एक ही संख्या से भाग या गुणा कर दें, तो भिन्न के मान में (मूल्य में) कोई अंतर नहीं आता है।

$$\text{जैसे- } \frac{3 \div 3}{9 \div 3} = \frac{1}{3} \text{ या } \frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4} \text{ या } \frac{4 \div 4}{16 \div 4} = \frac{1}{4}$$

(ii) जब एक भिन्न में किसी दूसरी भिन्न से भाग करना हो, तो पहली भिन्न अर्थात् भाज्य भिन्न में दूसरी भिन्न (भाजक भिन्न) को उलट कर गुणा कर देते हैं।

$$\text{जैसे- } \frac{4}{7} \div \frac{1}{7} = \frac{4}{7} \times \frac{7}{1} = 4$$

(iii) यदि अंश और हर बराबर हो (एक ही संख्या हो), तो भिन्न का मान सदैव 1 होता है।

जैसे- $\frac{7}{7} = 1, \frac{8}{8} = 1$

(iv) यदि अंश शून्य हो, तो भिन्न का मान भी शून्य होता है। (हर को कभी भी शून्य नहीं लिया जाता)

जैसे- $\frac{0}{4} = 0$

□ भिन्न की सामान्य संक्रियाएं

➤ भिन्नों की तुलना करना

भिन्नों की तुलना करने के लिए उनको ऐसी भिन्नों में बदलते हैं जिनका हर समान हो। इसके बाद जिस भिन्न का अंश बड़ा होगा, वह बड़ी भिन्न होगी और जिस भिन्न का अंश छोटा होगा, वह छोटी भिन्न होगी। अंश समान होने पर भिन्न भी समान होगी। हर समान करने के लिए हरों का ल.स. हर के रूप में ले लेते हैं।

☞ उदाहरणार्थ एक प्रश्न देखें-

प्रश्न : $\frac{2}{3}, \frac{4}{7}, \frac{5}{8}$ भिन्नों में बड़ी भिन्न ज्ञात कीजिए।

हल : हरों का ल.स. अर्थात् 3, 7, 8 का ल.स. = 168 भिन्नों को निम्नलिखित रूप में लिखा जा सकता है-

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 56}{3 \times 56} = \frac{112}{168}$$

$$\frac{4}{7} = \frac{4 \times 24}{7 \times 24} = \frac{96}{168}$$

$$\frac{5}{8} = \frac{5 \times 21}{8 \times 21} = \frac{105}{168}$$

अतः नए रूप में लिखी गई भिन्नों के अंशों से स्पष्ट है कि सबसे

बड़ी भिन्न $\frac{2}{3}$ है।

नोट-यदि भिन्नों को आरोही क्रम में लिखना हो तो सबसे पहले छोटी भिन्न उसके बाद उससे बड़ी भिन्न फिर उससे बड़ी भिन्न इसी क्रम में बढ़ते हुए लिखते हैं।

अतः उपर्युक्त भिन्न का आरोही क्रम $\frac{4}{7} < \frac{5}{8} < \frac{2}{3}$ है।

□ भिन्नों की तुलना करने के लिए कुछ अन्य महत्वपूर्ण

तथ्य

(a) यदि भिन्नों के हर समान हों, तो जिसका अंश बड़ा होगा वह भिन्न बड़ी होगी और जिसका अंश सबसे छोटा होगा वह भिन्न सबसे छोटी होगी।

☞ उदाहरणार्थ एक प्रश्न देखें-

प्रश्न- $\frac{2}{11}, \frac{3}{11}, \frac{5}{11}, \frac{7}{11}, \frac{9}{11}$ में सबसे बड़ी एवं सबसे छोटी भिन्न ज्ञात कीजिए।

हल : दी गई भिन्न $\frac{2}{11}, \frac{3}{11}, \frac{5}{11}, \frac{7}{11}, \frac{9}{11}$ हैं। इन भिन्नों में हरों के

मान समान अर्थात् 11 हैं। अतः सबसे बड़ी भिन्न $\frac{9}{11}$ (क्योंकि इस

भिन्न के अंश का मान सबसे अधिक है) तथा सबसे छोटी भिन्न

$\frac{2}{11}$ (क्योंकि इस भिन्न के अंश का मान सबसे कम है) होगी।

(b) यदि भिन्नों के अंश समान हों, तो जिसका हर सबसे छोटा होगा वह भिन्न सबसे बड़ी होगी तथा जिसका हर सबसे बड़ा होगा वह भिन्न सबसे छोटी होगी।

☞ उदाहरणार्थ एक प्रश्न देखें-

प्रश्न- $\frac{5}{2}, \frac{5}{3}, \frac{5}{7}, \frac{5}{9}, \frac{5}{11}$ में सबसे बड़ी एवं सबसे छोटी भिन्न ज्ञात कीजिए।

हल : दी गई भिन्न $\frac{5}{2}, \frac{5}{3}, \frac{5}{7}, \frac{5}{9}, \frac{5}{11}$ हैं।

इन भिन्नों में अंश के मान समान अर्थात् 5 हैं।

अतः सबसे बड़ी भिन्न $\frac{5}{2}$ (क्योंकि इस भिन्न के हर का मान

सबसे कम है) तथा सबसे छोटी भिन्न $\frac{5}{11}$ (क्योंकि इस भिन्न के

हर का मान सबसे अधिक है) होगी।

(c) दी गई भिन्नों को दशमलव भिन्न में बदलकर भी भिन्नों की तुलना की जा सकती है।

☞ उदाहरणार्थ एक प्रश्न देखें-

प्रश्न- $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$ में सबसे बड़ी एवं सबसे छोटी भिन्न ज्ञात कीजिए-

हल : दी गई भिन्न $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$ हैं। अब दी गई भिन्नों को दशमलव में बदलते हैं।

$$\frac{2}{3} = 0.6667,$$

$$\frac{3}{4} = 0.75, \frac{4}{5} = 0.80,$$

$$\frac{5}{6} = 0.833$$

अतः सबसे बड़ी भिन्न $\frac{5}{6}$ तथा सबसे छोटी भिन्न $\frac{2}{3}$ है।

(d) यदि अनेक भिन्नों में से, सभी भिन्नों के अंश एवं हर की संख्याओं का अंतर एक समान हो तो **बड़ी संख्याओं वाली भिन्न सबसे बड़ी एवं छोटी संख्याओं वाली भिन्न सबसे छोटी** होगी परंतु हर में दी गई संख्या अंश में दी गई संख्या से अधिक होनी चाहिए।

☛ दशमलव भिन्न

यदि भिन्न का हर 10 या 10 की कोई घात हो तथा उसे दशमलव पद्धति में लिखा जाए, तो वह भिन्न दशमलव भिन्न कहलाती है।

जैसे $\frac{7}{10}$ तथा $\frac{9}{100}$ को दशमलव रूप में लिखने पर क्रमशः 0.7

तथा 0.09 दशमलव भिन्न प्राप्त होती है।

दशमलव भिन्न की संक्रियाएं पूर्व में बताई गई भिन्नों की संक्रिया की तरह करना होता है।

☛ भिन्नों का सरलीकरण कैसे करें ?

भिन्न के प्रश्नों को हल करते समय विभिन्न गणितीय चिह्न जैसे कोष्ठक, भाग, गुणा, जोड़, घटाव.... इत्यादि रहते हैं। इनको हल करते समय BODMAS नियम का प्रयोग करते हैं।

अब BODMAS नियम क्या है ?

B = Brackets First (कोष्ठक को पहले हल करते हैं)

O = Orders या of (जैसे-किसी संख्या की घात..... इत्यादि)

D = Division (भाग)

M = Multiplication (गुणा)

A = Addition (जोड़) and

S = Subtraction (घटाव)

इसी क्रम में दी गई संख्या या दी गई भिन्न को हल करते हैं।

नोट-कोष्ठकों का प्रतीक चिह्न छोटा कोष्ठक (), मझला कोष्ठक { } एवं बड़ा कोष्ठक [] है। कोष्ठक को हल करने का क्रम-सबसे पहले छोटा कोष्ठक फिर मझला कोष्ठक और अंत में बड़ा कोष्ठक हल किया जाता है।

अभ्यास प्रश्न

1. $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{9^2}\right)\left(1 - \frac{1}{10^2}\right)$ बराबर है —
- (a) $\frac{5}{12}$ (b) $\frac{1}{2}$
- (c) $\frac{11}{20}$ (d) $\frac{7}{10}$

उत्तर—(c)

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{9^2}\right)\left(1 - \frac{1}{10^2}\right) \\ &= \frac{3}{4} \times \frac{8}{9} \times \frac{15}{16} \times \frac{24}{25} \times \frac{35}{36} \times \frac{48}{49} \times \frac{63}{64} \times \frac{80}{81} \times \frac{99}{100} \\ &= \frac{176}{64 \times 5} = \frac{11}{20} \end{aligned}$$

Trick—

$$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{9^2}\right)\left(1 - \frac{1}{10^2}\right)$$

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ का प्रयोग करने पर—

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \dots \times \frac{8}{9} \times \frac{10}{9} \times \frac{9}{10} \times \frac{11}{10} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{11}{10} \Rightarrow \frac{11}{20} \end{aligned}$$

2. यदि किसी भिन्न के अंश तथा हर दोनों में 1 जोड़ दिया जाए, तो वह $\frac{1}{4}$ हो जाती है। उसी के अंश तथा हर में यदि 2 जोड़ दिए जाए, तो वह $\frac{1}{3}$ हो जाती है। तदनुसार उस भिन्न के अंश तथा हर का योग कितना होगा ?
- (a) 8 (b) 13
- (c) 22 (d) 27

उत्तर—(a)

माना भिन्न $\frac{x}{y}$ है।

पहली शर्त से

$$\frac{x+1}{y+1} = \frac{1}{4}$$

$$4x + 4 = y + 1$$

$$4x - y = -3 \quad \dots\dots (i)$$

दूसरी शर्त से

$$\frac{x+2}{y+2} = \frac{1}{3}$$

$$3x + 6 = y + 2$$

$$3x - y = -4 \quad \dots\dots (ii)$$

समीकरण (i) तथा (ii) को हल करने पर

$$x = 1 \text{ तथा } y = 7$$

$$\text{अतः } x + y = 1 + 7 \Rightarrow 8$$

3. सरल करने पर गुणफल

$$\left(2 - \frac{1}{3}\right)\left(2 - \frac{3}{5}\right)\left(2 - \frac{5}{7}\right) \dots \left(2 - \frac{997}{999}\right)$$

किसके बराबर होगा ?

- (a) $\frac{1001}{999}$ (b) $\frac{1001}{3}$
(c) $\frac{5}{3}$ (d) $\frac{5}{999}$

उत्तर—(b)

$$\begin{aligned} & \left(2 - \frac{1}{3}\right)\left(2 - \frac{3}{5}\right)\left(2 - \frac{5}{7}\right) \dots \left(2 - \frac{997}{999}\right) \\ &= \frac{5}{3} \times \frac{7}{5} \times \frac{9}{7} \times \dots \times \frac{1001}{999} \\ &= \frac{1001}{3} \end{aligned}$$

4. $999\frac{1}{7} + 999\frac{2}{7} + 999\frac{3}{7} + 999\frac{4}{7} + 999\frac{5}{7} + 999\frac{6}{7}$

का सरलतम रूप है—

- (a) 5997 (b) 5979
(c) 5994 (d) 2997

उत्तर—(a)

$$\begin{aligned} & 999\frac{1}{7} + 999\frac{2}{7} + 999\frac{3}{7} + 999\frac{4}{7} + 999\frac{5}{7} + 999\frac{6}{7} \\ &= 999 \times 6 + \left(\frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{3}{7} + \frac{4}{7} + \frac{5}{7} + \frac{6}{7}\right) \\ &= 5994 + \left(\frac{21}{7}\right) \\ &= 5994 + 3 \\ &= 5997 \end{aligned}$$

5. यदि $\frac{a}{b} = \frac{4}{5}$ और $\frac{b}{c} = \frac{15}{16}$, तो $\frac{18c^2 - 7a^2}{45c^2 + 20a^2}$ का मान है—

- (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{2}{5}$
(c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{1}{4}$

उत्तर—(d)

$$\frac{a}{b} = \frac{4}{5} \Rightarrow a = \frac{4}{5}b$$

$$\frac{b}{c} = \frac{15}{16} \Rightarrow c = \frac{16}{15}b$$

$$\frac{18c^2 - 7a^2}{45c^2 + 20a^2} \text{ में } a \text{ और } c \text{ का मान रखने पर}$$

$$= \frac{18\left(\frac{16}{15}b\right)^2 - 7\left(\frac{4}{5}b\right)^2}{45\left(\frac{16}{15}b\right)^2 + 20\left(\frac{4}{5}b\right)^2}$$

$$= \frac{18 \cdot \frac{16}{15} \cdot \frac{16}{15} b^2 - 7 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} b^2}{45 \cdot \frac{16}{15} \cdot \frac{16}{15} b^2 + 20 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} b^2}$$

$$= \frac{b^2 \left(\frac{1536}{75} - \frac{112}{25} \right)}{b^2 \left(\frac{3840}{75} + \frac{64}{5} \right)}$$

$$= \frac{1536 - 336}{3840 + 960} = \frac{1200}{4800} \Rightarrow \frac{1}{4}$$

Trick—

$$\begin{aligned} a : c &= \frac{a}{b} \times \frac{b}{c} \\ &= \frac{4}{5} \times \frac{15}{16} \Rightarrow 3 : 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{18c^2 - 7a^2}{45c^2 + 20a^2} &= \frac{18 \times 16 - 7 \times 9}{45 \times 16 + 20 \times 9} \\ &= \frac{9(32 - 7)}{9(80 + 20)} = \frac{25}{100} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

6. [1008 का $\frac{21}{24}$ का $\frac{5}{9}$ का $\frac{4}{7}$ का $\frac{3}{5}$] बराबर है —

- (a) 168 (b) 336
(c) 504 (d) 1008

उत्तर—(a)

$$1008 \text{ का } \frac{21}{24} \text{ का } \frac{5}{9} \text{ का } \frac{4}{7} \text{ का } \frac{3}{5}$$

$$= 1008 \times \frac{21}{24} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{7} \times \frac{3}{5}$$

$$= 168$$

7. $0.39\overline{39}$ का साधारण भिन्न है-

- (a) $\frac{11}{39}$ (b) $\frac{17}{39}$
(c) $\frac{13}{33}$ (d) $\frac{15}{33}$

उत्तर—(c)

$$0.39\overline{39} = \frac{3939 - 39}{9900}$$

$$= \frac{3900}{9900} \Rightarrow \frac{13}{33} \left(\because 0.\overline{abcd} = \frac{abcd - ab}{9900} \right)$$

8. $\frac{p}{q}$ के रूप में $1.\overline{27}$ बराबर होगा-

- (a) $\frac{127}{100}$ (b) $\frac{73}{100}$
(c) $\frac{14}{11}$ (d) $\frac{11}{14}$

उत्तर—(c)

$$1.\overline{27} = 1 \frac{27}{99}$$

$$= \frac{126}{99} \Rightarrow \frac{14}{11}$$

9. एक भिन्न अपने व्युत्क्रम से $\frac{9}{20}$ अधिक है। वह भिन्न क्या है?

- (a) $\frac{5}{4}$ (b) $\frac{4}{5}$
(c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{4}{3}$

उत्तर—(a)

माना वह भिन्न x है

$$\therefore \text{भिन्न का व्युत्क्रम} = \frac{1}{x}$$

प्रश्नानुसार

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \frac{9}{20}$$

$$x^2 - 1 = \frac{9x}{20}$$

$$20x^2 - 9x - 20 = 0$$

$$20x^2 - 25x + 16x - 20 = 0$$

$$5x(4x - 5) + 4(4x - 5) = 0$$

$$(4x - 5)(5x + 4) = 0$$

$$\text{यदि } 4x - 5 = 0 \text{ तब } x = \frac{5}{4}, \text{ यदि } 5x + 4 = 0 \text{ तब } x = -\frac{4}{5}$$

अतः विकल्पानुसार भिन्न $\frac{5}{4}$ होगी।

Trick—

$$\text{विकल्प (a) से } -\frac{5}{4} - \frac{4}{5}$$

$$= \frac{25 - 16}{20}$$

$$= \frac{9}{20}$$

10. एक भिन्न और उस भिन्न के व्युत्क्रम के 4 गुना का योग $\frac{13}{3}$ है।

वह भिन्न क्या है?

- (a) $\frac{4}{3}$ (b) $\frac{3}{4}$
(c) $\frac{5}{4}$ (d) $\frac{4}{5}$

उत्तर—(a)

माना भिन्न x है,

$$\therefore \text{भिन्न का व्युत्क्रम} = \frac{1}{x}$$

प्रश्नानुसार,

$$\frac{x}{1} + \frac{4}{x} = \frac{13}{3}$$

$$\frac{x^2 + 4}{x} = \frac{13}{3}$$

$$3x^2 + 12 = 13x$$

$$3x^2 - 13x + 12 = 0$$

$$3x^2 - 9x - 4x + 12 = 0$$

$$3x(x - 3) - 4(x - 3) = 0$$

$$(x - 3)(3x - 4) = 0$$

$$\text{यदि } x - 3 = 0 \text{ तब } x = 3$$

$$\text{यदि } 3x - 4 = 0 \text{ तब } x = \frac{4}{3}$$

$$\text{अतः विकल्पानुसार } x = \frac{4}{3}$$

अतः अभीष्ट उत्तर विकल्प (a) होगा।